Ejercicio $M10$

Mostrar que el sistema de ecuaciones:

$$LS\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & 1 & -6 & 24 \\ 1 & -4 & 12 & -32 \\ -2 & 4 & -8 & 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}\right]$$

es consistente para cada vector de constantes satisfaciendo:

$$16a + 8b + 4c + 2d + e = 0.$$

Exprese el espacio columna de la matriz de coeficientes del sistema como un espacio nulo, usando el teorema 'cuatro subconjuntos'.

Emplee el teorema 'Espacio columna y sistemas consistentes' para establecer que el sistema es siempre consistente.

Solucion:

De el teorema cuatro subconjuntos proviene la matriz

$$L = \left[1 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{8} \ \frac{1}{16}\right]$$

y entonces si A denota la matriz de ceoficientes de el sistema, entonces $C(A) = N(L)$. La sola ecuacion homogenea en $LS(L,\, 0)$ es equivalente a la condicion en el vector de constantes (usar a, b, c, d, e como variables y multiplicar por 16).

Teorema cuatro subconjunto

Suponga que A es una matriz de m x n y esta aumentada formando N. Supona que la reduccion de A tiene r filas de ceros. Entonces C es la submatriz de N formada de las primeras r filas y las primeras n columnas y L es una submatriz de N formada de las ultimas m columnas y las ultimas $(m-r)$ filas. Entonces:

1. El espacio nulo de A es el espacio nulo de C, $N(A) = N(C)$

2.El espacio fila de A es el espacio fila de C, $R(A) = R(C)$

3.El espacio columna de A es el espacio nulo de L, $C(A) = N(L)$

4.El espacio nulo izquierdo de A es el espacio fila de L, $L(A) = R(L)$

Teorema 'Espacio Columna *y* Sistemas Consistentes'

Suponga que A es una matriz de m x n y b es un vector de orden m. Entonces $b \in C(A)$ si y solo si $\mathrm{LS}(A, b)$ es consistente.

Contributed by Robert A. Beezer

Contribuido por Robert A. Beezer

Traducido por Cristina Alvarez